

MathUp



25 – Equivalenza di frazioni

Corso per la IV classe della scuola primaria

Simonetta Di Sieno, Milano

Una domanda

La definizione

«la frazione a/b è uguale alla frazione c/d
se rappresentano la stessa quantità»

è una buona definizione di uguaglianza?

Possiamo rispondere che lo è se la relazione che essa individua è

- *riflessiva*, vale a dire ogni frazione è uguale a se stessa.
- *simmetrica*, vale a dire: se la frazione a/b è uguale alla frazione c/d , allora anche la frazione c/d è uguale alla frazione a/b ?
- *transitiva*, vale a dire: se la frazione a/b è uguale alla frazione c/d e la frazione c/d è uguale alla frazione e/f , allora la frazione a/b è uguale alla frazione e/f .

Bene, valgono tutte e tre le proprietà (e questa non è una affermazione difficile da dimostrare).

Allora possiamo dire che siamo di fronte a una «buona» definizione di uguaglianza.

Di solito diciamo, introducendo un aggettivo che fa riferimento proprio al significato, che:

$0/7$ è «equivalente» a $0/11, 0/14, \dots, 0/1000\dots$

$3/4$ è «equivalente» a $9/12, 12/16, \dots, 750/1000\dots$

$3/10$ è «equivalente» a $6/20, 20/60, \dots, 300/1000\dots$

...

Così, l'insieme delle frazioni si divide in tanti sottoinsiemi con intersezione vuota a due a due, la cui unione coincide con l'insieme totale e in ognuno dei quali stanno solo frazioni uguali a una stessa frazione.

Alcuni esempi di questi sottoinsiemi:

- $0/1, 0/2, 0/3, \dots, 0/121, \dots, 0/1295, \dots$
- $1/1, 2/2, 3/3, \dots, 121/121, \dots, 1295/1295, \dots$
- $1/7, 2/14, 3/21, \dots, 121/847, \dots, 370/2590, \dots$
- $1/2, 2/4, 3/6, \dots, 121/242, \dots, 1295/2590, \dots$
- ...

Li indichiamo come

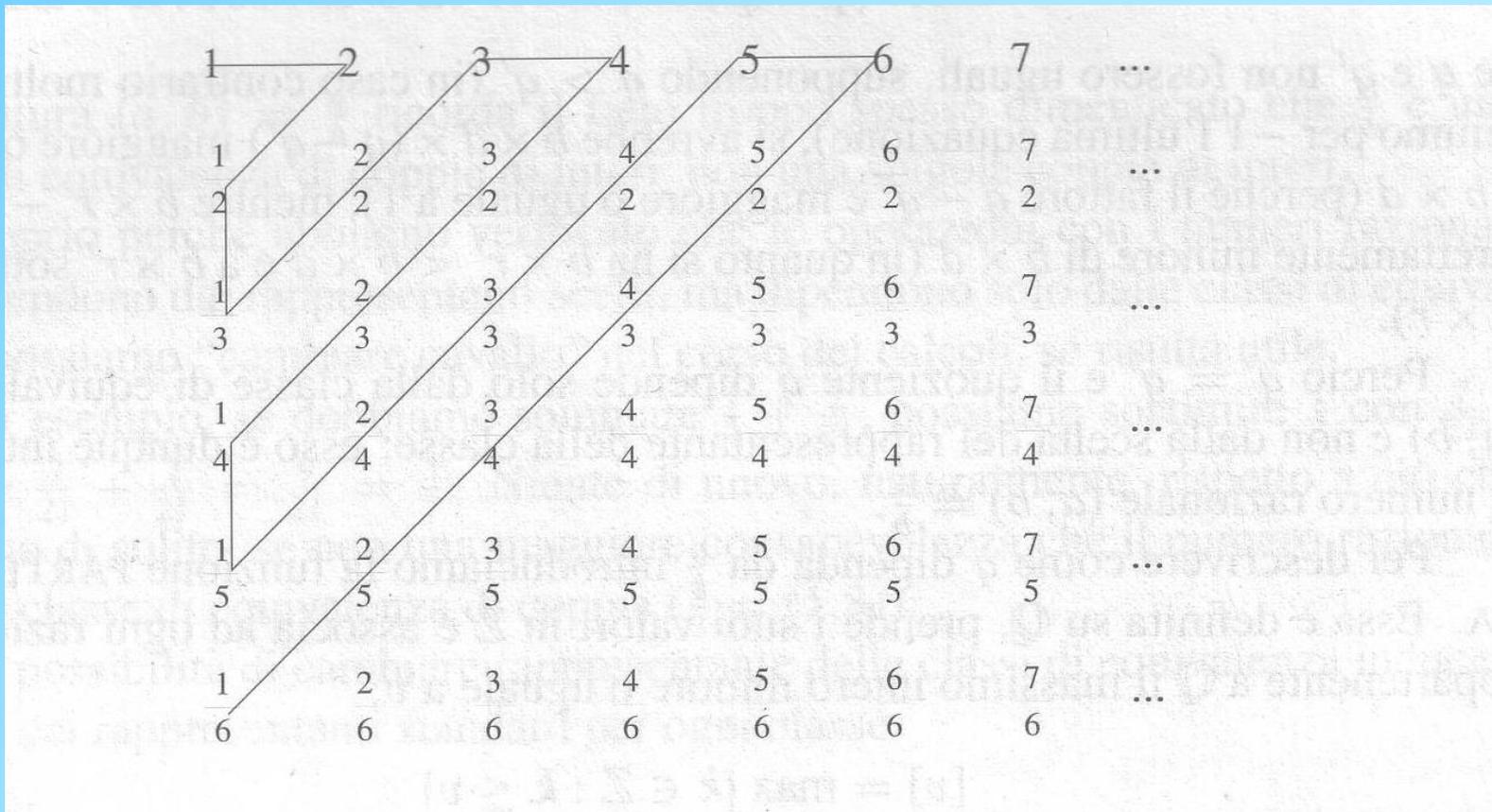
- il sottoinsieme delle frazioni «uguali» a 0
- il sottoinsieme delle frazioni «uguali» a 1
- il sottoinsieme delle frazioni «uguali» $1/7$
- ...

- L'insieme delle frazioni è un insieme infinito perché contiene l'insieme S delle frazioni del tipo $1/k$ con k numero naturale

$$S = \{1/1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots\}$$

che è in corrispondenza biunivoca con l'insieme dei numeri naturali diversi da 0 che sappiamo che è, a sua volta, un insieme infinito.

- Due insiemi hanno la stessa cardinalità (sono uguali dal punto di vista della cardinalità) se è possibile stabilire una corrispondenza biunivoca fra di essi.



L'insieme dei numeri naturali e l'insieme delle frazioni sono equipotenti. Posso, come è suggerito dalla figura qui sopra, metterli in corrispondenza biunivoca.

MathUp

I contenuti di questa piattaforma di e-learning (inclusi, a titolo esemplificativo, opere, immagini, foto, grafici, suoni, video, documenti, disegni, figure, loghi etc.) sono di titolarità esclusiva di Mateinitaly S.r.l. e sono destinati unicamente all'uso personale degli utenti per fini esclusivamente didattici. È vietato pubblicare, diffondere, comunicare al pubblico, distribuire con qualunque mezzo (anche per via telematica), riprodurre, modificare, tradurre, adattare, rielaborare i contenuti di questa piattaforma di e-learning e comunque è vietata qualunque utilizzazione degli stessi che non sia espressamente autorizzata dalla legge o da Mateinitaly S.r.l..

I manuali d'uso e ogni stampato accessorio relativi ai contenuti sono protetti dalle norme sulla proprietà intellettuale e non possono essere riprodotti dagli utenti, salvo che per uso personale e con mezzi di riproduzione non idonei alla diffusione al pubblico.

Mateinitaly S.r.l. si riserva, ove opportuno, di sospendere o interrompere l'accesso degli utenti che violino i diritti d'autore o di proprietà intellettuale dei contenuti di questa piattaforma di e-learning, riservandosi ogni ulteriore azione a tutela dei propri diritti.