MathUp

25 – Equivalenza di frazioni

Corso per la IV classe della scuola primaria

Simonetta Di Sieno, Milano

Una domanda

La definizione

«la frazione a/b è uguale alla frazione c/d
se rappresentano la stessa quantità»

è una buona definizione di uguaglianza?

Possiamo rispondere che lo è se la relazione che essa individua è

- *riflessiva*, vale a dire ogni frazione è uguale a se stessa.
- *simmetrica*, vale a dire: se la frazione a/b è uguale alla frazione c/d, allora anche la frazione c/d è uguale alla frazione a/b?
- *transitiva*, vale a dire: se la frazione a/b è uguale alla frazione c/d e la frazione c/d è uguale alla frazione e/f, allora la frazione a/b è uguale alla frazione e/f.

MathUp

Bene, valgono tutte e tre le proprietà (e questa non è una affermazione difficile da dimostrare).
Allora possiamo dire che siamo di fronte a una «buona» definizione di uguaglianza.

Di solito diciamo, introducendo un aggettivo che fa riferimento proprio al significato, che:

0/7 è «equivalente» a 0/11, 0/14, … , 0/1000…
3/4 è «equivalente» a 9/12, 12/16, … , 750/1000…
3/10 è «equivalente» a 6/20, 20/60, … , 300/1000…
…

MathUp

Così, l’insieme delle frazioni si divide in tanti sottoinsiemi con intersezione vuota a due a due, la cui unione coincide con l’insieme totale e in ognuno dei quali stanno solo frazioni uguali a una stessa frazione.

Alcuni esempi di questi sottoinsiemi:

- 0/1, 0/2, 0/3, … , 0/121, … , 0/1295, …
- 1/1, 2/2, 3/3, … , 121/121, … , 1295/1295, …
- 1/7, 2/14, 3/21, … , 121/847, … , 370/2590, …
- 1/2, 2/4, 3/6, … , 121/242, … , 1295/2590, …
- …

Li indichiamo come

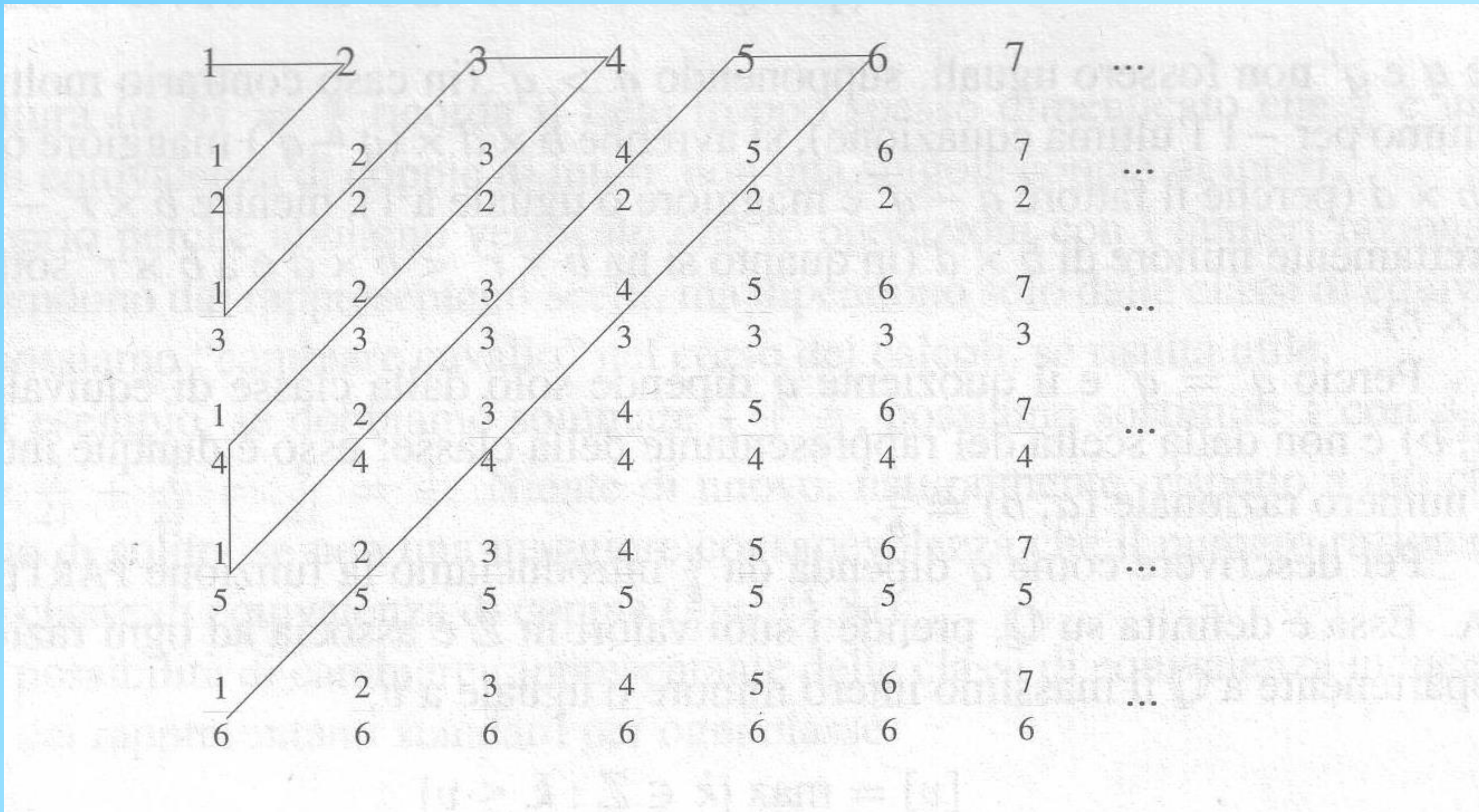
- il sottoinsieme delle frazioni «uguali» a 0
- il sottoinsieme delle frazioni «uguali» a 1
- il sottoinsieme delle frazioni «uguali» 1/7
- …

- L’insieme delle frazioni è un insieme infinito perché contiene l’insieme S delle frazioni del tipo 1/k con k numero naturale

$$S = \{1/1, 1/2, 1/3, 1/4, \ldots\}$$

che è in corrispondenza biunivoca con l’insieme dei numeri naturali diversi da 0 che sappiamo che è, a sua volta, un insieme infinito.

- Due insiemi hanno la stessa cardinalità (sono uguali dal punto di vista della cardinalità) se è possibile stabile una corrispondenza biunivoca fra di essi.



L’insieme dei numeri naturali e l’insieme delle frazioni sono equipotenti. Posso, come è suggerito dalla figura qui sopra, metterli in corrispondenza biunivoca.

MathUp