# Leggere, scrivere e parlare con la matematica

Di Elisabetta Ossanna

Come già ampliamente presentato nei capitoli precedenti il progetto LES si propone di migliorare gli apprendimenti in matematica attraverso una specifica attenzione allo sviluppo delle competenze linguistiche, di comunicazione e di uso delle ICT. Come si dice nel capitolo 2 è necessario confrontarsi consapevolmente con le caratteristiche specifiche dei testi di matematica relative al lessico, all’organizzazione testuale, all’essenzialità e al simbolismo, lontani dal linguaggio naturale. Come è già stato richiamato facendo riferimento al Modello Sabatini, il testo matematico è denso di informazioni proposte in forma lineare, con lessico e simbolismo preciso che non lascia spazio a fraintendimenti. Queste caratteristiche intrinseche nei testi matematici sono per gli studenti degli ostacoli da affrontare e superare per ottenere gli strumenti necessari per un apprendimento consapevole e duraturo della matematica che incontrano nel loro percorso di studi. Comprensione e produzione di testi sono da vedersi intrinsecamente collegati: per produrre un testo mi devo basare su qualcosa che ho compreso e per comunicare con gli altri devo poter comprendere il testo che produco.

Se andiamo a rileggere la guida per l’insegnate del libro “*La matematica*” di Emma Castelnuovo[[1]](#footnote-1) vi troviamo una sottolineatura in questa direzione. In essa si dice che la matematica può addirittura essere d’aiuto nell’apprendimento dell’italiano, in quanto offre occasioni per scrivere brevi relazioni su una problematica o una discussione, con la necessità intrinseca di esprimersi in modo corretto. Vi è persino un paragrafo intitolato “Invitiamo i ragazzi a scrivere” dove si percepisce l’invito rivolto ai ragazzi affinché scrivano sempre qualcosa, anche sgrammaticato, nel loro quaderno ed espongano i loro lavori, in modo che lo sforzo per farsi capire li porti a costruire una conoscenza sempre più consapevole.

Questo sforzo di comunicare per farsi capire, che porterà gli allievi ad avere le idee sempre più chiare, è un lavoro lungo e faticoso, che l’insegnante di matematica ha il dovere di stimolare e sostenere per accompagnare l’apprendimento dei propri studenti portandoli alla consapevolezza e alla padronanza delle questioni di matematica che si affrontano a scuola. Vedremo in seguito alcuni possibili esempi relativi alla scuola secondaria di secondo grado.

Guardiamo per un momento al di fuori dei nostri confini, per esempio al progetto SINUS[[2]](#footnote-2) (Germania) che tra il 1998 e il 2007 coinvolse 1880 scuole tedesche con l’obiettivo di migliorare la qualità della formazione in matematica e scienze. Nel report[[3]](#footnote-3) del progetto SINUS relativo alla matematica redatto da Peter Baptist nel 2011 si legge una denuncia esplicita al fatto che nelle classi tedesche gli studenti producevano raramente dei testi personali. Si contrappone a questa il fatto che uno scopo fondamentale dell’educazione dovrebbe essere quello di mettere gli studenti nella condizione di riuscire a formulare i risultati, o la comprensione di un risultato, in un linguaggio chiaro e corretto, con le proprie parole e non con frasi standard che hanno imparato a memoria. L’ auspicio è che i processi e gli esiti siano scritti il più frequentemente possibile.

Allarghiamo ancora di più gli orizzonti per scoprire che nella pubblicazione OCSE “*Critical Maths for Innovative Societies - The Role of Metacognitive Pedagogies*[[4]](#footnote-4)” ci si interroga su come può l’insegnamento della matematica promuovere le competenze richieste dalle sfide future che si dovranno affrontare per sostenere nelle nostre società l’innovazione necessaria. Nonostante l’apprendimento della matematica sia considerato un ostacolo per molti studenti, c’è un forte consenso a livello mondiale riguardo all’importanza dell’insegnamento della stessa. Nel documento OCSE si sottolinea il fatto che i problemi da affrontare nell’insegnamento della matematica, adeguati per il 21° secolo, dovrebbero essere complessi, inconsueti e non di routine, mentre la maggior parte dei libri di testo include ancora molti problemi di routine basati sull’applicazione di algoritmi preconfezionati. La sfida che il documento vuole affrontare è quella di introdurre metodi didattici innovativi per migliorare la didattica della matematica e la capacità degli studenti di risolvere problemi per l’appunto complessi, non familiari e non di routine.

Nel capitolo 1 dello stesso documento, a pagina 30, si trova un paragrafo intitolato “Mathematical communication”, che viene definita come “leggere, scrivere e parlare di matematica”. Si parte da una semplice analisi del pregresso: fino alla fine degli anni novanta la comunicazione della matematica era gestita principalmente dall’insegnante e gli studenti lavoravano individualmente per padroneggiare le nuove procedure e i nuovi algoritmi, lavorando su libri che proponevano soprattutto problemi di routine. In queste condizioni c’erano scarse possibilità per incoraggiare gli studenti a discutere e spiegare. Inoltre negli insegnanti c’erano, e ci sono in parte tuttora, alcuni pregiudizi. Per esempio il fatto che molti degli studenti con difficoltà in matematica hanno difficoltà anche in lettura e scrittura, oppure il fatto che il programma di matematica è denso di argomenti o infine il fatto che il linguaggio della matematica è esatto, mentre i ragazzi parlando usano termini imprecisi. Il cambiamento di contenuti e processi che sta avvenendo (o che dovrebbe avvenire) nel 21° secolo potrebbe invece condurre a un cambiamento nella “comunicazione matematica” in classe. Infatti, dato che gli studenti dovrebbero affrontare problemi complessi, inconsueti e non routinari, sarà inevitabile che condividano idee e discutano le proprie risoluzioni in modo preciso e chiaro.

Nel documento OCSE si citano alcuni risultati della ricerca recente a sostegno del fatto che dare spiegazioni e ascoltare quelle degli altri permette di raggiungere un cambiamento cognitivo, tanto più questo è vero per lo studente che espone, il cui beneficio è superiore a quello degli uditori. Come diceva Emma Castelnuovo[[5]](#footnote-5) “si sforzeranno per farsi capire, e questo sforzo li porterà ad avere le idee sempre più chiare”. Un altro aspetto interessante, che si sottolineeranno con esempi in seguito, è quello del ruolo della comunicazione nell’individuare errori e misconcezioni che altrimenti, fermandoci alle sole procedure, restano nascosti o impliciti. L’invito ulteriore è quello di non pensare che la comunicazione sia riservata agli studenti più maturi, ma fin da bambini gli allievi dovrebbero avere occasioni di comunicare in un contesto di apprendimento della matematica, sia tra pari che con gli educatori.

# Esempi di attività didattiche

In questo paragrafo si presentano alcune utili occasioni di scrittura di testi nell’ambito dell’apprendimento della matematica nella SSIIG: per comunicare, per discutere sui processi che portano alla risoluzione di un problema, per sostenere una tesi, per descrivere la realtà attraverso parametri oggettivi.

**Matematica con gli oggetti utilizzati come modello**

Molte sono le occasioni di attività laboratoriale realizzate utilizzando manufatti che permettano di scoprire o verificare dei contenuti matematici. In questo caso si utilizzano dei modellini in legno della rappresentazione geometrica dei “prodotti notevoli”, che invece utilizzano il linguaggio algebrico. Siamo in una classe seconda di un istituto tecnico, l’insegnante è Francesca Mazzini. Gli studenti hanno a disposizione dei rettangoli e dei parallelepipedi di legno che rappresentano la modellizzazione geometrica del quadrato di un binomio, della differenza di due quadrati e del cubo di un binomio[[6]](#footnote-6). La richiesta è quella di associare questi oggetti a un contenuto studiato l’anno precedente. Gli studenti, in gruppo, osservano, fanno ipotesi, si confrontano e arrivano alle loro conclusioni, che devono essere consegnate all’insegnate nella forma di una relazione, in cui sono tenuti a descrivere la finalità e il lavoro del gruppo, ad argomentare dal punto di vista matematico e ad esplicitare le loro conclusioni. Ecco che anche una semplice attività con gli oggetti diventa un’occasione per strutturare un testo che deve rispettare le caratteristiche di una relazione scientifica, arricchito da fotografie e disegni e in cui è necessario fare ricorso al simbolismo matematico. Per renderci conto della ricchezza di questa proposta vediamo un estratto dalle relazioni originali dei ragazzi, che sono state in seguito commentate dall’insegnante, evidenziando i molti aspetti positivi, ma anche certe imprecisioni di linguaggio ed eventuali passaggi matematici gestiti in modo ingenuo.

Nelle relazioni si può trovare una parte descrittiva e, come vediamo sotto, anche la ricostruzione formale della conclusione a cui sono arrivati



**Esplicitare i processi per mettere a fuoco le difficoltà**

Esplicitare e motivare i procedimenti che portano all’individuazione dell’insieme delle soluzioni di una disequazione è un esempio di attività che costringe gli studenti a utilizzare il linguaggio della matematica e fornisce a insegnante e studenti uno strumento per mettere in luce le difficoltà e riflettere sui processi cognitivi coinvolti.

Con Francesca Mazzini[[7]](#footnote-7) abbiamo proposto esattamente questo agli studenti di una terza di un istituto tecnico, richiedendo, attraverso alcuni esempi, la descrizione motivata dei processi risolutivi. Il lavoro richiesto si riferisce ad argomenti che gli studenti avevano affrontano nel biennio con un altro insegnante. Analizziamo una delle richieste esposta di seguito.

Descrivete argomentando in modo valido i passaggi necessari per trovare l’insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni:  e 

Seguono alcune selezioni degli elaborati originali degli studenti da cui emergono molti degli aspetti relativi allo scrivere matematica che abbiamo già discusso sopra.

*Per risolvere bisogna mettere 5 a destra quindi , si moltiplica le entrambe le parti per e si divide per e per alla fine , vuol dire che a partire da sostituita alla la funzione è maggiore di .*

*→*

*Dopodiché riportiamo a sinistra del segno della disequazione solo la mentre a destra mettermo al denominatore del termine noto il valore della che in questo caso è uguale a . Il risultato sarà di*

*→*

*In questo caso la è negativa perciò si deve cambiare di segno tutta la disequazione e si può moltiplicare per e invertire il segno minore o maggiore*

In riferimento alla seconda disequazione proposta, lo studente arriva alla seguente conclusione.

*Giunti a questo punto si deduce che il valore di deve essere minore di per far si che la disequazione venga rispettata. Infatti se la assumesse valori superiori o uguali a la disequazione non potrebbe esistere.*

Risulta subito evidente, oltre all’uso limitato della punteggiatura e alla sintassi debole, l’uso improprio del linguaggio matematico, come

* l’uso di “*segno*” che indica il simbolo e per diversi studenti indica il verso di una disequazione
* l’espressione “*a partire da sostituita alla* ” per dire che “ogni valore maggiore di sostituito alla …”
* “*il valore della ”*al posto di *“coefficiente di ”*oppure si dice “*la è negativa”*, intendendo che “il *coefficiente di è negativo”*
* *“far sì che la disequazione venga rispettata”*
* *“la disequazione non potrebbe esistere”* per dire che la diseguaglianza che si otterrebbe risulterebbe falsa.

Uso improprio e confusione tra termini che compromettono la comunicazione e la possibilità di comprendere chi parla correttamente. Una documentazione scritta come questa riesce a far emergere tali limiti, che possono essere discussi e, sperabilmente, superati.

Inoltre, dall’analisi degli elaborati, emerge come essi costituiscano un prezioso strumento di diagnosi e fonte di ispirazione per l’insegnante che vuole portare nei propri studenti un consapevole controllo dei significati degli oggetti matematici che quotidianamente utilizzano. Permette infatti di mettere in luce misconcezioni, fraintendimenti e punti deboli sia dello studente e che della propria didattica. Ne è un esempio il fatto che il processo risolutivo descritto ricalchi quello delle equazioni di primo grado, senza controllo sul significato diverso, da cui si deduce che non è stata assimilata la differenza tra equazioni e disequazioni. Come altro esempio si usa la parola “segno” al posto di disuguaglianza oppure si moltiplica per un numero negativo entrambi i membri di una disequazione senza modificare il verso della disuguaglianza. Inoltre compaiono alcuni degli errori tipici della risoluzione di un’equazione, come ”*da segue* ”, confondendo la moltiplicazione con l’addizione in presenza dello zero.

**I dati raccontano**

La statistica è sempre più presente nella nostra quotidianità. I mezzi di comunicazione ne fanno sempre più uso. I giovani che la scuola forma dovranno dare il proprio contributo attivo come cittadini, prendendo decisioni che prevedono l’interpretazione critica delle informazioni e dei dati a loro disposizione. «La tecnologia si è sviluppata al punto da regalarci un sesto senso:», dice Vincenzo Cosenza[[8]](#footnote-8), riferendosi all’analisi della mole di dati che gli utenti riversano nella rete. Le informazioni sulle emozioni e sui comportamenti forniscono un nuovo strumento a disposizione dellacomunicazione e dell’informazione, con risvolti non solo positivi.

Gli studenti devono avere gli strumenti per comprendere il linguaggio della statistica e per interpretare i dati e le parole che li raccontano. Possiamo quindi proporre l’analisi di dati (raccolti direttamente dagli studenti o tratti da indagini statistiche ufficiali) per analizzarli e poi raccontarli, facendo sempre attenzione a non trascurare le informazioni di contesto che permettano allo studente di verificare la coerenza dei propri risultati. Utilizzando semplici strumenti matematici gli studenti si trovano nella condizione di produrre testi per scrivere delle brevi relazioni e per comunicare (scoprendo che si può “addomesticare” la rappresentazione dei dati per manipolare l’informazione) oppure di cercare in articoli di giornale conclusioni coerenti o incoerenti rispetto ai dati a cui si riferiscono.

Alcuni esempi di attività sono disponibili nella documentazione di un percorso formativo[[9]](#footnote-9) per insegnanti “*Statistica e probabilità: percorsi didattici laboratoriali per il biennio*”, realizzato all’interno del Progetto Lauree Scientifiche della sede di Trento. Qui vorremmo riportare in particolare un’attività didattica che si focalizza sul fatto che nel fare informazione possiamo restare fedele ai dati, pur rappresentandoli in modo poco corretto dal punto di vista dell’effetto che si ottiene. Infatti nella rappresentazione grafica dei dati il ruolo della percezione visiva è fondamentale. A seconda di dove si vuole portare il lettore si può scegliere rappresentazioni adeguate e coerenti, oppure rappresentazioni ingannevoli. Così come per rappresentare contemporaneamente più sottopopolazioni, si possono scegliere rappresentazioni che privilegino l’aspetto qualitativo, ad esempio i diagrammi a radar[[10]](#footnote-10), se si preferisce fare leva sull’emozione; oppure rappresentazioni che privilegino l’aspetto quantitativo, se si intende sostenere le proprie tesi con solide argomentazioni**.**

Seguono due esempi di attività. Nel primo gli studenti hanno a disposizione una tabella che riassume dei dati raccolti dal sito ISTAT (<http://www.istat.it/it/> ) relativi al possesso da parte delle famiglie di alcuni beni tecnologici. Viene richiesto di rappresentare con un grafico (istogramma) la diffusione dell'accesso ad internet al nord, centro, sud e isole. Inoltre si chiede di manipolare la scala del grafico ottenuto per ottenere due rappresentazioni opposte degli stessi dati: una per sostenere che la diffusione di internet non è molto diversa al nord, centro, sud e isole; un’altra invece per affermare che il sud e le isole sono arretrate (in relazione alla diffusione di internet) rispetto al nord e al centro.

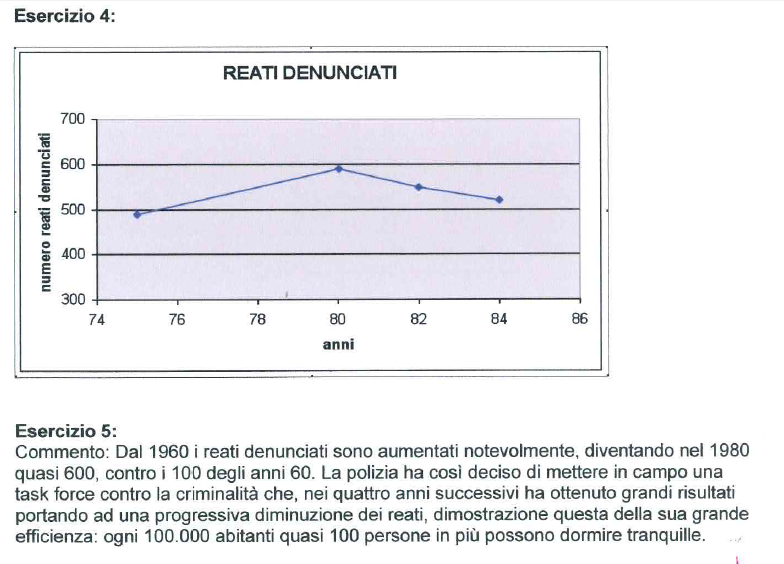
La risposta di una studentessa è la seguente

|  |  |
| --- | --- |
| *Nella prima manipolazione ho voluto dimostrare che il sud e le isole sono molto arretrate (in relazione alla diffusione di internet) rispetto al nord e al centro. Per manipolare il grafico ho modificato la scala in questo modo: […]*  *Nella seconda manipolazione ho voluto dimostrare che la diffusione di internet non è molto diversa al nord, centro sud e isole. Per manipolare il grafico ho modificato la scala in questo modo: […]* | |
|  |  |

Il secondo esempio (realizzato dalle professoresse F. Mazzini, L. Maines e C. Mosna) prende ispirazione da una esempio inserito nel quadro di riferimento dell’indagine PISA 2006[[11]](#footnote-11).

|  |
| --- |
| *graficoIl grafico a fianco è stato preso dal settimanale “News Magazine” di Zedlandia.*  *Esso mostra il numero di reati denunciati ogni 100.000 abitanti, prima con intervalli di cinque anni e poi con intervalli di un anno.*  *Disegna un grafico che possa essere usato dalla polizia per dimostrare che negli ultimi tempi i reati sono diminuiti.*  *Supponi di essere un giornalista che deve scrivere un breve articolo sui reati denunciati. Scegli se:*   * *sostenere che i crimini sono aumentati notevolmente, commentando il grafico fatto dai produttori di sistemi di allarme;* * *pubblicizzare l'operato della polizia, commentando il grafico ottenuto sopra.* |

Riportiamo i testi originali di due studenti. Sì può vedere come dentro il lavoro dell’insegnante di matematica si possano aprire degli spazi per riflettere su alcuni aspetti base della scrittura.



“*Commento. Dal 1960 i reati denunciati sono aumentati notevolmente, diventando nel 1980 quasi 600 [sottintendendo 600 migliaia], contro i 100 [migliaia] degli anni 60. La polizia ha così deciso di mettere in campo una task force contro la criminalità che, nei quattro anni successivi, ha ottenuto grandi risultati portando ad una progressiva diminuzione dei reati, dimostrazione questa della sua grande efficienza: ogni 100.00 abitanti quasi 100 persone in più possono dormire tranquille.”*

*“I CRIMINI SONO NOTEVOLEMENTE DIMINUITI. Negli anni ottanta i crimini sono molto diminuiti, basti guardare il grafico appena riportato. La polizia e le forze dell’ordine stanno garantendo ai nostri cittadini sempre più sicurezza. Riporto i complimenti miei e di tutta la redazione alle forze dell’ordine italiane.”*

# I progetti degli insegnanti

Dall’analisi dei lavori realizzati dai vari gruppi di insegnanti emergono alcuni aspetti comuni e coerenti con il progetto LES. In genere è stato percepito come una bella occasione per far collaborare insegnanti di diverse discipline, in particolare quelli dell’area umanistica e quelli dell’area scientifica. Ne è testimonianza il seguente stralcio dalla relazione del gruppo “Istituto don Milani – Fotosintesi” che ben riassume le impressioni di tutti i partecipanti.

“*L’esperienza è sembrata fin da subito positiva: il gruppo dei docenti ha potuto sperimentare la positività di una programmazione interdisciplinare su un progetto semplice nei contenuti ma complesso nella sua strutturazione; sicuramente la parte più interessante è stata quella svolta insieme, anche attraverso la compresenza* […]*La ricaduta sugli studenti è stata certamente positiva perché si sono proiettati in un’esperienza di studio e lavoro che li ha visti protagonisti dei passaggi essenziali, seppur continuamente accompagnati dalla presenza dei docenti* […] *basta la presenza di discipline con competenze fortemente trasversali come le lingue (sia L1 che L2) o le ICT a convogliare gli sforzi e la creatività verso nuovi percorsi didattici.*“

Dalle sperimentazioni attuate dagli insegnanti partecipanti emerge con chiarezza che il progetto ha rinforzato l’attenzione per il consolidamento della competenza dello studente nel redigere una relazione scientifica (anche nel contesto della matematica). Il progetto ha dato inoltre un importante impulso all’intervento da parte dell’insegnante di italiano nella comprensione e preparazione/revisione di un testo scientifico, in particolare la relazione di laboratorio.

Per esempio, l’insegnante di italiano del Liceo da Vinci - “crisi del Krill” racconta “…*ho fatto cose che, io, non avevo mai fatto prima. Ad esempio, fare esercizi a gruppi sulla ricostruzione di diagrammi di flusso fornendo agli studenti i singoli concetti ritagliati con un numero determinato di frecce e segni di collegamento. Ho visto gli studenti veramente dibattere fra loro per dare un senso alla ricomposizione dello schema. […] L'altra fase interessante, e che ha funzionato, è stata quella della scrittura collettiva di un testo continuo che raccontasse e desse ragione dello schema composto. I risultati non sono stati eccelsi, ma ho visto gli studenti confrontarsi per trovare la frase giusta. Questo esercizio è interessante perché in fase di revisione il primo aspetto da prendere in considerazione è quello della corrispondenza dello schema con lo scritto. In termini di verifica della coerenza di un testo questo esercizio può funzionare.”*

Purtroppo solo raramente è esplicitata la modalità di intervento dell’insegnante di italiano per dare feedback agli studenti relativamente al loro elaborato.

Risulta quindi che il progetto LES ha certamente costituito un’importante occasione per sollecitare la scuola verso diverse azioni di integrazione tra sapere scientifico e umanistico, che dovrebbero far parte della quotidianità nella scuola di oggi, ma che sappiamo essere poco diffuse. Come sottolineano anche gli insegnanti dell’area scientifica del gruppo del Liceo da Vinci – “Crisi del Krill”, che così scrivono.

“*Raramente ci è capitato nel corso degli anni, in gran parte per la rigidità dei programmi e delle modalità di lavoro della scuola, di collaborare su un progetto specifico con insegnanti dell'area umanistica e in particolare con i colleghi di lettere. Questa esperienza ci ha consentito di cogliere la produttività di questa interazione anche per cogliere punti di vista diversi nell'approcciare un testo o un evento e sia pur in misura ancora embrionale di trarne beneficio nell'apprendimento delle discipline scientifiche.”*

Per quanto riguarda la matematica possiamo dire che si è dedicata attenzione all’interpretazione di testi discontinui. In alcuni casi si sono impostate attività didattiche laboratoriali e in molti casi si sono organizzate attività didattiche che richiedessero agli studenti la produzione di brevi testi, anche a seguito dell’analisi di opportuni dati. Interessante la realizzazione di un e-book dove gli studenti hanno raccolto i vari passaggi del percorso intrapreso. L’uso del database della fondazione Gapminder[[12]](#footnote-12), costituisce un valore aggiunto per una didattica interdisciplinare. Stimolante anche costruire un questionario sulle conoscenze ingenue relative alla massa e al peso per realizzare un’analisi statistica dettagliata delle risposte date dai coetanei.

Il progetto ha dato agli insegnanti di matematica un’occasione per essere visti dagli studenti sotto una nuova luce: con l’insegnante di matematica si interpretano dati, ci si chiede se una strada è in salita o sembra in salita e in realtà è in discesa, si costruisce un questionario e si presenta pubblicamente il risultato opportunamente analizzato, si leggono dati internazionali su temi d’attualità e si interpretano i significati, si preparano le slide per raccontare ad altri gli esiti del proprio lavoro.

# Andare oltre

È facile trovare consenso nel mondo dell’educazione riguardo al fatto che sia importante “raccontare” il processo risolutivo seguito nell’affrontare un problema di matematica. Purtroppo è anche molto diffusa la sensazione che per gli studenti sia molto faticoso e risulti difficile per l’insegnante indurli a produrre un elaborato scritto, per quanto inizialmente incompleto e ingenuo. Gli insegnanti che credono fino in fondo all’importanza del “parlare e scrivere di matematica” e condividono l’invito di Emma Castelnuovo attraverso concrete azioni didattiche, replicherebbero che è normale che sia difficile, perché si lavora per raggiungere una competenza elevata ed è giusto che sia difficile, perché i ragazzi sono a scuola per formarsi e non per fare cose facili. In conclusione, direbbero che è difficile, ma non si può rinunciare.

Gli insegnanti che si impegnano, fino dal primo anno della SSIG, nel richiedere agli studenti di documentare in elaborati scritti i procedimenti seguiti in un’attività laboratoriale o la risoluzione di un problema complesso, dichiarano che “lavorando così, alla fine del terzo anno, i ragazzi raggiungono un buon livello di competenza nel produrre un testo che spieghi il processo seguito”. Ma cosa significa “lavorando così”? Nella maggior parte dei casi vuol dire vivere una didattica che prevede: la proposta di laboratori; la richiesta di produrre una relazione a fine attività; la richiesta agli studenti, a turno, di relazionare alla classe; la restituzione agli studenti delle relazioni commentate dall’insegnante; il commento a classe intera dell’esito dei lavori di gruppo; l’inclusione attraverso il cooperative learning.

Il progetto LES ha permesso di riportare all’attenzione della scuola l’importanza didattica e la rilevanza sull’apprendimento del leggere, scrivere e parlare di matematica. Il tutto senza sottovalutare la complessità del problema, permettendo di

* approfondire gli aspetti teorici
* condividere esempi di attività didattiche
* progettare interventi per le proprie classi
* sperimentare e confrontarsi.

L’auspicio è che si continui a parlare di questo importante aspetto della didattica e dell’apprendimento della matematica e si facciano conoscere le attività sperimentate con le loro luci ed ombre. La speranza è che l’insegnante di matematica trovi il tempo e i modi per dare occasioni ai propri studenti di scrivere un testo, anche breve, ma investendo energie per commentarlo, metterne in discussione il senso e le implicazioni. Che abbia in seguito anche la forza di chiedere di riscriverlo, analizzarlo di nuovo e riscriverlo ancora per arrivare infine a un testo breve, ma significativo e corretto. Perché è proprio in questo dinamico processo sintetizzato con “arrivare” che c’è la vera crescita formativa dello studente.

1. Emma Castelnuovo, La matematica – Guida per l’insegnante, La Nuova Italia 1998 [↑](#footnote-ref-1)
2. <http://www.sinus-international.net/> [↑](#footnote-ref-2)
3. <http://sinus.uni-bayreuth.de/math/tnt_math_04.pdf> [↑](#footnote-ref-3)
4. Mevarech,Z. and B. Kramarski  (2014), Critical Maths for Innovative Societies: The Role of Metacognitive Pedagogies, Educational Research and Innovation, OECD Publishing, Paris.  
   DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264223561-en> [↑](#footnote-ref-4)
5. Emma Castelnuovo, La matematica – Guida per l’insegnante, La Nuova Italia 1998, pag. 11 [↑](#footnote-ref-5)
6. si veda <http://r.unitn.it/filesresearch/images/maths-dicomatlab/kit_laboratori/kit_prodotti.pdf> [↑](#footnote-ref-6)
7. F. Mazzini, E. Ossanna – Esplicitare i processi: indagando le difficoltà nella risoluzione di una disequazione - <http://r.unitn.it/filesresearch/images/maths-dicomatlab/Documenti_didatticia/processi_disequazioni.pdf> [↑](#footnote-ref-7)
8. Vincenzo Cosenza, La società dei dati - 40K ed - [http://vincos.it/2012/09/19/il-mio-nuovo-libro-la-societa-dei-dati](http://vincos.it/2012/09/19/il-mio-nuovo-libro-la-societa-dei-dati/) [↑](#footnote-ref-8)
9. <https://plsstatisticaprobabilita.wordpress.com/esperienze-a-confronto/> [↑](#footnote-ref-9)
10. Si veda per esempio <http://www.slideshare.net/Blogmeter/bm-twitter-italiasocialmediaweektorino2012> [↑](#footnote-ref-10)
11. Valutare le competenze in scienze, lettura e matematica. Quadro di riferimento di PISA 2006. A cura dell’OCSE. Roma: Armando, 2007 – pag. 108 [↑](#footnote-ref-11)
12. <http://www.gapminder.org/> La missione della Fondazione Gapminder è quello di combattere l'ignoranza con una visione del mondo basata sui fatti (dati) che tutti possono capire. [↑](#footnote-ref-12)